www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۵ / ۶ / ۱۳۸۶	
دانش آموزان و داوطلبان در دوره‌ی تابستانی سال تحصیلی ۸۶ - ۱۳۸۵		اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	برای هر عدد طبیعی n با استفاده از اصل استقراء ثابت کنید : $۳+۶+۹+.....+۳n=\frac{۳(n^۲+n)}{۲}$	۱/۵
۲	به روش استدلال استنتاجی نشان دهید که حاصل جمع سه برابر هر عدد زوج با یک عدد فرد همواره فرد است .	۱
۳	کدام یک از عبارات زیر درست و کدام یک نادرست است . در صورت درست بودن آن را ثابت کنید و در صورت نادرست بودن یک مثال نقض پیدا کنید . الف) مربع هر عدد حقیقی از مکعب آن کوچکتر است . ب) حاصل ضرب هر دو عدد زوج ، عددی زوج است .	۱/۲۵
۴	با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر $n^۲$ مضربی از ۵ باشد ، n نیز مضربی از ۵ است .	۱
۵	شخصی برای مهمانی خود ۳۹ نفر را دعوت کرده است . حداقل چند نفر در این مهمانی هستند که روز تولد آنها یک روز هفته است .	۰/۷۵
۶	درستی تساوی زیر را به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید : $A\cup(B-C)=(A\cup B)-(C-A)$	۱
۷	مقدار x و y را طوری تعیین کنید که دو زوج مرتب $(۱۵ , x-y)$ و $(x^۲-y^۲ , ۳)$ با هم برابر باشند .	۱
۸	اگر $A=\{-۲,-۱,۰\}$ و $B=\{۰,۱,۲\}$ دو مجموعه باشند : الف) $A\times B$ را مشخص کنید . ب) نمودار مختصاتی $A\times B$ را رسم کنید .	۱
۹	نمودار رابطه $R=\{(x,y)\in R^۲ \mid x^۲+y^۲\le ۴ , y\le x\}$ را رسم کنید.	۱
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۵ / ۶ / ۱۳۸۶	
دانش آموزان و داوطلبان در دوره‌ی تابستانی سال تحصیلی ۸۶ - ۱۳۸۵		اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	رابطه R روی مجموعه $\mathbb{R}^2$ به صورت رو برو تعریف شده است : $(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow b-d=2(a-c)$ الف) نشان دهید R یک رابطه هم ارزی است . ب) کلاس هم ارزی $[(1,2)]$ را تعیین کنید .	۱/۵
۱۱	هر یک از اعداد زوج طبیعی کوچکتر یا مساوی ۲۰ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارتها یکی را به طور قرعه بر می داریم .مطلوب است تعیین : الف) فضای نمونه ای این تجربهٔ تصادفی. ب) پیشامدA که درآن عدد روی کارت مضرب ۵ باشد. پ) پیشامد B که در آن عدد روی کارت کوچکتر از ۶ باشد ت) پیشامد $A' \cap B$	۲
۱۲	ازبین۱۲دانشجو می خواهیم به طور تصادفی۴ نفررا برای تشکیل تیم کوهنوردی دانشگاه انتخاب کنیم.اگر۷ نفر از این دانشجویان دررشته فیزیک و ۵ نفردر رشته شیمی مشغول به تحصیل باشند،مطلوب است احتمال آنکه دراین تیم : الف) فقط یک دانشجوی رشته ی فیزیک باشد . ب) حداقل ۳ نفر از آنها دانشجوی رشته ی فیزیک باشند .	۱/۷۵
۱۳	دو عدد حقیقی به طور تصادفی در فاصله [۲و ۰] انتخاب می کنیم . مطلوبست احتمال آنکه مجموع دو عدد بین ۱و۲ باشد.	۲
۱۴	در یک شهرستان ۴ نفر کاندیدای انتخاب شهردار هستند . اگر بدانیم شانس انتخاب شدن A_1 دو برابر شانس انتخاب شدن A_2 و شانس انتخاب شدن A_2 دو برابر شانس انتخاب شدن A_4 است و A_2 و A_3 هم شانس باشند، احتمال اینکه A_1 انتخاب شود چقدر است ؟	۱/۵
۱۵	فرض می کنیم ۲۵% مردم یک شهر روزنامه الف و ۲۰% روزنامه ب و ۸% هر دو روزنامه را می خوانند. اگر شخصی به تصادف ازاهالی این شهر انتخاب شود، احتمال این که هیچ یک از این روزنامه ها را نخواند چقدر است ؟	۱/۷۵
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته : ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۵ / ۶ / ۱۳۸۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی تابستانی سال تحصیلی ۸۶ - ۱۳۸۵	اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی

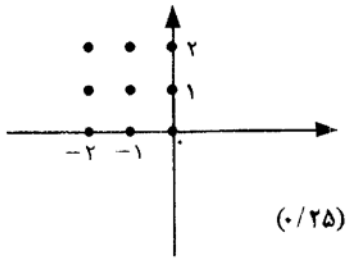
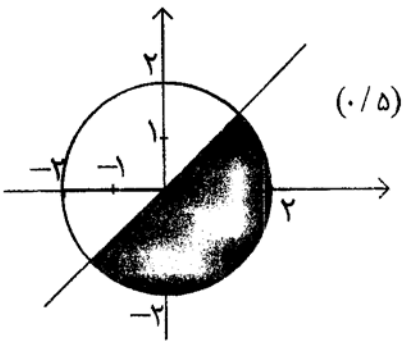
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$P(1): 3\times 1=\frac{3(1^2+1)}{2}\Rightarrow 3=3$ (۰/۲۵) $P(k): 3+6+9+.....+3k=\frac{3(k^2+k)}{2}$ (۰/۲۵) $P(k+1): 3+6+9+.....+3k+3(k+1)=\frac{3((k+1)^2+k+1)}{2}=\frac{3(k+1)(k+2)}{2}$ (۰/۲۵) به طرفین فرض $3(k+1)$ می افزاییم : $3+6+9+.....+3k+3(k+1)=\frac{3(k^2+k)}{2}+3(k+1)$ (۰/۲۵) طرف دوم حکم $=\frac{3k(k+1)+6(k+1)}{2}=\frac{3(k+1)(k+2)}{2}=$ (۰/۵)	۱/۵
۲	$\begin{matrix}x=2k\\ y=2k'+1\end{matrix}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 3x+y=6k+2k'+1=2\underbrace{(3k+k')}_{k''}+1=2k''+1$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱
۳	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) $1^2=1^3$ (۰/۲۵) $\begin{matrix}x=2k\\ y=2k'\end{matrix}$ $xy=4kk'=2(2kk')=2k''$ (۰/۵)	۱/۲۵
۴	فرض: $n^2=5K$ حکم : $n=5K'$ (۰/۲۵) فرض خلف $n\neq 5K'\Rightarrow n^2\neq 25K'^2\Rightarrow n^2\neq 5(5K'^2)\Rightarrow$ (۰/۵) حکم بر قرار است $\Rightarrow$ (تناقض) (۰/۲۵) $n^2\neq 5K$	۱
۵	اگر تعداد میهمان ها را کبوتر و تعداد روزهای هفته را لانه در نظر بگیریم (۰/۲۵) حداقل ۶ نفر هستند که روز تولد آنها یک روز هفته است . (۰/۲۵) $39=5\times 7+4$ $5+1=6$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سـؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته : ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۵ / ۶ / ۱۳۸۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی تابستانی سال تحصیلی ۸۶ - ۱۳۸۵	اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	طرف راست $=(A\cup B)\cap(C-A)' \underset{(۰/۲۵)}{=} (A\cup B)\cap(C\cap A')' \underset{(۰/۲۵)}{=} (A\cup B)\cap(C'\cup A) \underset{(۰/۲۵)}{=}$ طرف چپ $A\cup(B\cap C')=A\cup(B-C)$ (۰/۲۵)	۱
۷	$\begin{cases} x-y=۳ \\ x^۲-y^۲=۱۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=۳ \\ x+y=۵ \end{cases} \Rightarrow \boxed{x=۴} \ \boxed{y=۱}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)	۱
۸	$A\times B=\{(-۲,۰),(-۲,۱),(-۲,۲),(-۱,۰),(-۱,۱),(-۱,۲),(۰,۰),(۰,۱),(۰,۲)\}$ (۰/۷۵)  (۰/۲۵)	۱
۹	دایره به مرکز (۰ , ۰) و شعاع ۲ $x^۲+y^۲\le ۴$ (۰/۲۵) $y=x$ نیمساز ربع اول و سوم (۰/۲۵)  (۰/۵)	۱
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته : ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۵ / ۶ / ۱۳۸۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی تابستانی سال تحصیلی ۸۶ - ۱۳۸۵	اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱۰

خاصیت انعکاسی برقرار است. (۰/۲۵)

$\forall (a,b)\in R^{۲} \quad (a,b)R(a,b) \Leftrightarrow b-b=۲(a-a) \Leftrightarrow ۰=۰$

$\forall (a,b),(c,d)\in R^{۲} \quad (a,b)R(c,d) \Leftrightarrow (c,d)R(a,b)$

$(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow b-d=۲(a-c) \Leftrightarrow d-b=۲(c-a) \Leftrightarrow (c,d)R(a,b)$

خاصیت تقارنی برقرار است . (۰/۲۵)

$\forall (a,b),(c,d),(e,f)\in R^{۲}$

$$\begin{cases}(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow b-d=۲(a-c)\\ (c,d)R(e,f) \Leftrightarrow d-f=۲(c-e)\end{cases} \xrightarrow{+} (۰/۵)$$

$b-d+d-f=۲(a-c)+۲(c-e) \Rightarrow$

$\Rightarrow b-f=۲(a-e) \Rightarrow (a,b)R(e,f)$

خاصیت ترایایی برقرار است.

پس R یک رابطه هم ارزی است .

$[(۱,۲)]=\{(x,y)|\,(x,y)R(۱,۲)\}=\{(x,y)\ |y-۲=۲(x-۱)\}=\{(x,y)|y=۲x\}$ (۰/۵)

۱۱

الف) $S=\{۲,۴,۶,۸,۱۰,۱۲,۱۴,۱۶,۱۸,۲۰\}$ (۰/۵)

ب) $A=\{۱۰,۲۰\}$ (۰/۵)

پ) $B=\{۲,۴\}$ (۰/۲۵)

ت) $A'=\{۲,۴,۶,۸,۱۲,۱۴,۱۶,۱۸\}$

$A'\cap B=\{۲,۴\}$ (۰/۷۵)

۱۲

الف) $p(A)=\dfrac{\binom{۷}{۱}\binom{۵}{۳}}{\binom{۱۲}{۴}}=\dfrac{۷\times ۱۰}{۴۹۵}=\dfrac{۷۰}{۴۹۵}$ (۰/۷۵)

ب) $p(B)=\dfrac{\binom{۷}{۳}\binom{۵}{۱}+\binom{۷}{۴}}{\binom{۱۲}{۴}}=\dfrac{۳۵\times ۵+۳۵}{۴۹۵}=\dfrac{۲۱۰}{۴۹۵}$ (۱)

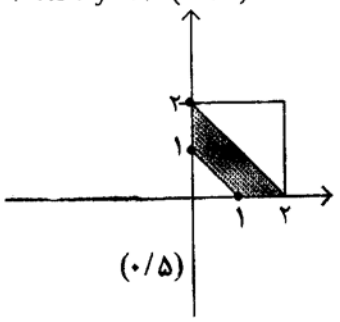
« ادامه در صفحه ی چهارم »

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سـؤالات امتحان نهایی درس : جبر و اجتمال	رشته : ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۵ / ۶ / ۱۳۸۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی تابستانی سال تحصیلی ۸۶ - ۱۳۸۵	اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	$a_S = ۲\times ۲ = ۴$ (۰/۲۵) $a_A = ۴ - (\frac{۲\times ۲}{۲} + \frac{۱\times ۱}{۲})$ $a_A = ۴ - \frac{۵}{۲} = \frac{۳}{۲}$ (۰/۵) $p(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{\frac{۳}{۲}}{\frac{۴}{۱}} = \frac{۳}{۸}$ (۰/۵) $۱ < x + y < ۲$ (۰/۲۵)  (۰/۵)	۲
۱۴	$p(A_۱) + p(A_۲) + p(A_۳) + p(A_۴) = ۱$ (۰/۲۵) $p(A_۲) = ۲p(A_۴)$ $p(A_۱) = ۲p(A_۲) = ۴p(A_۴)$ (۰/۵) $p(A_۳) = ۲p(A_۴)$ $۴p(A_۴) + ۲p(A_۴) + ۲p(A_۴) + p(A_۴) = ۱$ (۰/۲۵) $p(A_۴) = \frac{۱}{۹}$ (۰/۲۵) $p(A_۱) = ۴p(A_۴) = \frac{۴}{۹}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۵	$p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B)$ (۰/۲۵) $p(A\cup B) = ۰/۲۵ + ۰/۲۰ - ۰/۰۸ = ۰/۳۷$ (۰/۷۵) $p(A\cup B)' = ۱ - p(A\cup B) = ۱ - ۰/۳۷ = ۰/۶۳$ (۰/۷۵)	۱/۷۵
	جمع نمره	۲۰

مصححین محترم ، لطفاً به راه حل های درست دیگر نمره منظور فرمایید .

www.alm.loxblog.com